L1S2 Economie — Université de Tours
Année 2018-2019

Epreuve intémédiaire

Lundi 25 février 2019, 8h—9h30

Exercice 1 — Soit $f(x,y) = 2xy + 1$.

1. Déterminer et placer sur un graphique les courbes de niveau $k = 0; 1; 3$.

2. Calculer le gradient de f aux points $A(1, -1/2)$, $B(0, 1)$ et $C(1, 1)$.

3. À quel courbe de niveau appartient chacun de ces points ?

4. Quel est l'unique point critique de f ? Quelle est sa nature ?

5. (Question de cours) Placer le gradient de f aux points A, B, C et vérifier graphiquement que le gradient est orthogonal à la courbe de niveau passant par le point en question.

Exercice 2 — Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'unique point critique et sa nature :

$$g(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + xy + y^2 + 1\,,\ \ h(x,y) = x(y-1) - 3y^2\,.$$

Exercice 3 — Soit $f(x) = 1 + xe^{-\frac{x^2}{4}}$.

1. **Sans faire de tableau de variation**, montrer que f admet un unique point critique et déterminer sa nature.

2. À l'aide d'un tableau de variation, déterminer les extrema globaux de f sur l'intervalle $[-1, 1]$, puis sur l'intervalle $[-3, 3]$

3. Que peut-on dire des extrema de f sur $\mathbb{R}$ tout entier ?