

SECONDE SESSION

Vendredi 21 Juin 2019, 08h30—10h30

---

**Exercice 1** — On considère la fonction suivante:

$$f(x) := (x - x^2)e^{-x}.$$

1. Faire l'étude complète de  $f$  (tableau de variations, limites etc.).
2. Calculer l'équation de  $T_0$ , la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en  $x_0 = 0$ .
3. Faire une représentation graphique de  $\mathcal{C}_f$  et de  $T_0$ .

**Exercice 2** — Après avoir déterminé leurs ensembles de définitions, calculer les dérivées des fonctions suivantes:

$$u(x) = \arccos(x^2), \quad v(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right).$$

**Exercice 3** — On considère le groupe  $G = (\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$ , obtenu en faisant le calcul modulo 4.

1. Ecrire la table de Cayley de  $G$  et donner les inverses (pour l'addition) de chacun des éléments de  $G$ .
2. Ecrire la table de Cayley de  $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, \times)$ . A-t-on une structure de corps pour  $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +, \times)$  ? justifiez précisément votre réponse.
3. Repondre aux mêmes questions avec cette fois  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  (calcul modulo 3).

**Exercice 4** — Calculer les intégrales suivantes:

$$I := \int_{-1}^{+1} (x + x^2 - x^3) dx, \quad J := \int_0^\pi \sin(2x) dx, \quad K := \int_0^1 x^2 e^x dx$$

**Exercice 5** — Déterminer les DL à l'ordre 2 en  $x = 0$  des fonctions suivantes:

$$f_1(x) = \sin(x)(e^x + x), \quad f_2(x) = \frac{1+x}{1-x}.$$