L1S2 Informatique — Université de Tours
Année 2018-2019

Contrôle continu

Vendredi 3 Mai 2019, 13h30—15h30

Exercice 1 — On considère la fonction suivante:

$$f(x) := (x + x^2)e^{-x} .$$

1. Faire l'étude complète de f (tableau de variations, limites etc.).
2. Calculer l'équation de T_1, la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = 1$.
3. Faire une représentation graphique de $\mathcal{C}_f$ et de T_1.

Exercice 2 — Après avoir déterminé leurs ensembles de définitions, calculer les dérivées des fonctions suivantes:

$$u(x) = \arcsin(x^2) , \quad v(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) .$$

Exercice 3 — On considère le groupe $G = (\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$, obtenu en faisant le calcul modulo 6.

1. Ecrire la table de Cayley de G et donner les inverses (pour l'addition) de chacun des éléments de G.

2. Ecrire la table de Cayley de $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \times)$. A-t-on une structure de corps pour $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +, \times)$? justifiez clairement votre réponse.

3. Repondre aux mêmes questions avec cette fois $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ (calcul modulo 5).

Exercice 4 — Calculer les intégrales suivantes:

$$I := \int_{-1}^{+1} (x - x^2 + x^3)\, dx , \quad J := \int_0^{\pi} \cos(2x)\, dx , \quad K := \int_0^1 x^2 e^{-x}\, dx$$

Exercice 5 — Déterminer les DL à l'ordre 2 en $x = 0$ des fonctions suivantes:

$$f_1(x) = e^x - \cos(x) , \quad f_2(x) = \frac{x}{1+x} .$$