L1S2 Informatique — Université de Tours
Année 2018-2019

Epreuve intermédiaire

Vendredi 1er Mars 2019, 15h45—17h45

Exercice 1 — Déterminer les limites des fonctions f et g lorsque x tend vers $+\infty$, et pour u lorsque x tend vers -2:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - \ln(x)}{x^2 + 2}\,, \quad g(x) = x^2 - x\ln(x) + x\sqrt{x}\,, \quad u(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}\,.$$

Exercice 2 — Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

$$f(x) = \arccos(x^2)\,, \quad g(x) = xe^{-x^2}\,,\ h(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x}\right).$$

Exercice 3 — Soient A, B, C trois ensembles. Démontrer que

$$(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B\,.$$

Exercice 4 — On munit $\mathbb{R}$ de la loi suivante :

$$\forall x, y \in \mathbb{R},\ x * y = x + y - xy\,.$$

1. Démontrer que $*$ définit une loi de composition interne sur $\mathbb{R}$ et étudier les propriétés de ($\mathbb{R}$,$*$) (commutativité, associativité, élément neutre et éléments symétrisables).
2. Est ce que ($\mathbb{R}$,$*$) est un groupe ? justifier votre réponse.
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'itéré n-ème de x est égal à $1 + (1 - x)^n$.

Exercice 5 — Dans $E_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ on considère les permutations suivantes:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

1. Déterminer le support de σ et celui de τ.
2. Calculer $\sigma \circ \tau$ puis $\tau \circ \sigma$. Le résultat vous surprend-il?
3. Dans $(\mathcal{S}_5, \circ)$, quel est l'ordre de τ?