UFR SCIENCES ET TECHNIQUES - TOURS - 2018-2019 **Session 1**

L1 MPI et PCST - Calculus - CC2 - Durée 1 heure

18 Décembre 2018

(Sans documents - Sans calculatrices)

A T T E N T I O N : Il est strictement interdit d'annoter cette feuille.
Répondre **F** si la réponse exacte ne figure pas parmi **A**, **B**, **C**, **D**, **E**.

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur la feuille de réponses en noircissant la bonne case.

Exercice 1

Question 1 Calculer la dérivée partielle $\dfrac{\partial f}{\boldsymbol{\partial x}}$ de la fonction de deux variables f définie par :

$$f(x,y) = x^3 + e^y\,.$$

A e^y B $3x^2$ C 0 D x^3+e^y E $3x^2+e^y$ F Autre

Question 2 Calculer la dérivée partielle $\dfrac{\partial f}{\boldsymbol{\partial y}}$ de la fonction de deux variables f définie par :

$$f(x,y) = x^3e^y\,.$$

A x^3 B $3x^2e^y$ C e^y D 0 E x^3e^y F Autre

Question 3 Calculer la dérivée partielle seconde $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)$ de la fonction de deux variables f définie par :

$$f(x,y) = \frac{x}{y}\,.$$

A $\dfrac{1}{y}$ B x C $-\dfrac{x}{y^2}$ D $\dfrac{2x}{y^3}$ E 0 F Autre

Question 4 Calculer la dérivée partielle seconde $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)$ de la fonction de deux variables f définie par :

$$f(x,y) = x^3y^3\,.$$

A 0 B $3x^2+3y^2$ C $9x^2y^2$ D $6x$ E $6y$ F Autre

Exercice 2

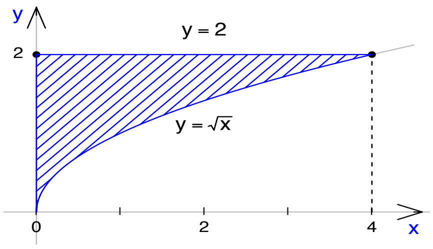
Question 5 Déterminer **une** primitive de la fonction f définie par : $f(x) = x^4 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

A $\dfrac{x^5}{5} + 2\sqrt{x}$ B $\dfrac{x^5}{5} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ C $x^5+\sqrt{x}$ D $x^4+\sqrt{x}$
E $x^4 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ F Autre

Question 6 Calculer l'intégrale $\int_0^{1/7} e^{7x}\,dx$.

☐ A $7(e^7-1)$ ☐ B e^7-1 ☐ C $7(e-1)$ ☐ D e ☐ E $\frac{1}{7}(e-1)$ ☐ F Autre

Question 7



L'aire hachurée ci-dessus est égale à :

☐ A 0 ☐ B $\frac{4}{3}$ ☐ C $-\frac{3}{8}$ ☐ D $\frac{8}{3}$ ☐ E $\frac{3}{4}$ ☐ F Autre

Question 8 Déterminer **une** primitive de la fonction f définie par :

$$f(x) = x\cos(x)\,.$$

(*On pourra utiliser une intégration par partie.*)

☐ A $x\cos(x)+\sin(x)$ ☐ B $x\sin(x)+\cos(x)$ ☐ C $x\sin(x)$ ☐ D $x\cos(x)$ ☐ E x ☐ F Autre

Question 9 Calculer l'intégrale $\int_1^e \ln(x)\,dx$.
(*On pourra utiliser une intégration par partie.*)

☐ A 0 ☐ B 1 ☐ C -1 ☐ D 2 ☐ E e ☐ F Autre

Question 10 Déterminer **une** primitive de la fonction f définie par :

$$f(x) = 3x^2\cos(x^3+5)\,.$$

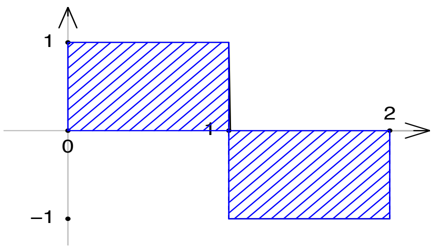
(*On pourra utiliser un changement de variable.*)

☐ A $-\sin(3x^2)$ ☐ B $\cos(x^3+5)$ ☐ C $\sin(x^3)$ ☐ D $-\cos(x^3)$ ☐ E $\sin(x^3+5)$ ☐ F Autre

Question 11 Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x)\cos(x)\,dx$.
(*On pourra utiliser un changement de variable.*)

☐ A $\frac{1}{3}$ ☐ B 2 ☐ C $\frac{1}{2}$ ☐ D 1 ☐ E 0 ☐ F Autre

Question 12



L'aire algèbrique correspondant à la zone hachurée ci-dessus est égale à :

- [A] -1
- [B] -2
- [C] 1
- [D] 0
- [E] 2
- [F] Autre

Exercice 3

Question 13 Résoudre sur $\mathbf{R}_+^*$ l'équation différentielle homogène

$$y'(x) - \frac{1}{x}\,y(x) = 0 \qquad (E_h)$$

- [A] $y_h(x) = Ce^{2x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [B] $y_h(x) = \dfrac{C}{x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [C] $y_h(x) = Cx\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [D] $y_h(x) = Ce^{x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [E] $y_h(x) = Ce^{-x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [F] Autre

Question 14 Déterminer l'unique solution de (E) vérifiant la condition initiale $y(1) = 1$.

- [A] $y(x) = \dfrac{1}{x}$
- [B] $y(x) = x$
- [C] $y(x) = e^{x}$
- [D] $y(x) = -e^{2x}$
- [E] $y(x) = e^{-x}$
- [F] Autre

Exercice 4

On considère l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$y'(x) - 3\,y(x) = e^{2x} \qquad (E)$$

Question 15 Déterminer $\boldsymbol{y_h}$ - la solution générale de l'équation **homogène associée** à (E).

- [A] $y_h(x) = Ce^{-x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [B] $y_h(x) = Ce^{x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [C] $y_h(x) = Ce^{-3x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [D] $y_h(x) = Ce^{5x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [E] $y_h(x) = Ce^{3x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [F] Autre

Question 16 Déterminer **une** solution particulière $\boldsymbol{y_p}$ de l'équation complète (E).
(*On pourra utiliser la formule* $\boldsymbol{y_p(x) = B(x)}e^{\boldsymbol{-A(x)}}$ *où* $\boldsymbol{A(x)}$ *est* **une** *primitive de* $\boldsymbol{a(x)}$ *et* $\boldsymbol{B(x)}$ *est* **une** *primitive de* $\boldsymbol{b(x)}\, e^{\boldsymbol{A(x)}}$.

- [A] $y_p(x) = -e^{2x}$
- [B] $y_p(x) = -e^{3x}$
- [C] $y_p(x) = e^{x}$
- [D] $y_p(x) = e^{-3x}$
- [E] $y_p(x) = e^{-2x}$
- [F] Autre

Question 17 Déduire des questions précédentes $\boldsymbol{y_g}$ - la solution générale de l'équation (E).

- [A] $y_g(x) = -e^{2x} + Ce^{3x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [B] $y_g(x) = e^{-x} + Ce^{3x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [C] $y_g(x) = e^{-2x} + Ce^{-3x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [D] $y_g(x) = -e^{3x} + Ce^{5x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [E] $y_g(x) = e^{x} + Ce^{x}\,,\ C \in \mathbf{R}$
- [F] Autre

Question 18 Déterminer **l'unique solution** de (E) vérifiant la condition initiale $y(0) = 2$

- [A] $y_g(x) = e^{-2x} + \dfrac{1}{3}e^{-3x}$
- [B] $y_g(x) = e^{-x} + e^{3x}$
- [C] $y_g(x) = e^{x} + e^{x}$
- [D] $y_g(x) = -e^{3x} + 2e^{5x}$
- [E] $y_g(x) = -e^{2x} + 3e^{3x}$
- [F] Autre

Exercice 5

On considère l'équation différentielle homogène du second ordre suivante :

$$y''(x) + 2\,y'(x) + 3\,y(x) = 0 \qquad (E_h)$$

Question 19 Résoudre l'équation caractéristique associée à (E_h)

- [A] $r_1 = -1 - \imath\sqrt{2}$ et $r_2 = -1 + \imath\sqrt{2}$
- [B] $r_1 = \imath\sqrt{2}$ et $r_2 = \imath\sqrt{2}$
- [C] $r_1 = -\imath$ et $r_2 = \imath$
- [D] $r_1 = -1 - \sqrt{2}$ et $r_2 = -1 + \sqrt{2}$
- [E] $r_1 = -8$ et $r_2 = 8$
- [F] Autre

Question 20 Résoudre (E_h)

- [A] $\Big(C_1\cos(\sqrt{2}x) + C_2\sin(\sqrt{2}x)\Big)\,e^{-x}\,, \quad C_1\,,\,C_2 \in \mathbf{R}$
- [B] $C_1e^{-8} + C_2e^{8}\,, \quad C_1\,,C_2 \in \mathbf{R}$
- [C] $C_1\cos(x) + C_2\sin(x)\,, \quad C_1\,,\,C_2 \in \mathbf{R}$
- [D] $C_1\cos(\sqrt{2}x) + C_2\sin(\sqrt{2}x)\,, \quad C_1\,,\,C_2 \in \mathbf{R}$
- [E] $C_1e^{-1-\sqrt{2}} + C_2e^{-1+\sqrt{2}}\,, \quad C_1\,,\,C_2 \in \mathbf{R}$
- [F] Autre